A5 & A6 – MAT B: 5/4 2017

- Tilstedeværelsesregistrering
- Meddelelser. Spørgsmål?
- Opsamling fra sidst.
- Nyt stof:
  - Beviser for differentiationsregler.
    - B2 side 69-70 + supplerende note.
    - Se også eksempel på eksamensspørgsmål nr. 10.
- Gennemgang på tavle af sum- og produktregel
- I øver det i grupper

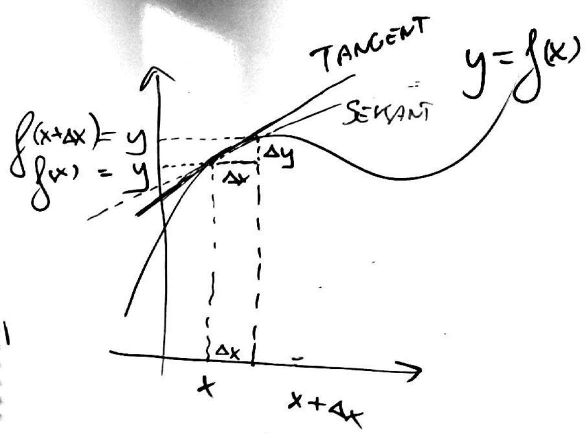
10) Differentialregning: Differentiationsreglerne.
Redegør med et par konkrete eksempler for differentiationsregler for bl.a. sum, produkt og kvotient.
Bevis for reglerne for differentiation af sum og produkt.

Dispositionsforslag

- Redegør for hvad differentiation går ud på.
- Gør det med en pæn graf og forklar sammenhængen mellem tangenthældning og afledet funktion. Sørg for at grafen kan bruges til senere ved beviserne.
- Forklar at vi viser generelle differentiationsregler for at slippe for at skulle gennem tretrinsreglen hver gang vi skal finde f'
- Vis konkrete eksempler på hvordan produkt og brøk kan klares med de relevante regler.
- Vis ved hjælp af tretrinsreglen hvordan sumreglen kan begrundes.
- Vis ved hjælp af tretrinsreglen hvordan produktreglen kan begrundes.

Henvisninger

- B2 siderne 57-71.
- BB>Filer>Supplerende noter: ”Bevis for differentiationsregler for sum, differens og produkt”
- BB>Filer>Supplerende noter: "Differentiabilitet/ikke-differentiabilitet - kontinuitet og sammenstykkede funktioner.
- Formelsamlinger



$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \longrightarrow f'(x) \quad \text{FOR } \Delta x \to 0$$

SEKANT

TANGENT

$$\boxed{f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$

$$\boxed{\Delta f = f(x+\Delta x) - f(x)}$$

$$\boxed{\Delta g = g(x+\Delta x) - g(x)}$$

$\Delta y \to 0$ FOR $\Delta x \to 0$

$$\left(f(x) + g(x)\right)' = f'(x) + g'(x)$$

$$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(x^2 + \ln(x)\right)' = (x^2)' + \left(\ln(x)\right)'$$

$$= 2x + \frac{1}{x}$$

$$\left(x^2 \cdot e^x\right)' = (x^2)' \cdot e^x + x^2 \cdot (e^x)'$$

$$= 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$$

Scanned by CamScanner

Bevis for Sum-reglen

$\boxed{\text{SUM}}$

$$S(x) = f(x) + g(x)$$

$$\underline{\Delta S} = S(x+\Delta x) - S(x)$$

$$= f(x+\Delta x) + g(x+\Delta x) - \left(f(x) + g(x)\right)$$

$$= f(x+\Delta x) + g(x+\Delta x) - f(x) - g(x)$$

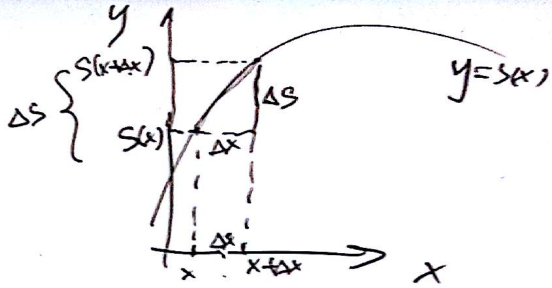
$$\Delta S = f(x+\Delta x) - f(x) + g(x+\Delta x) - g(x)$$

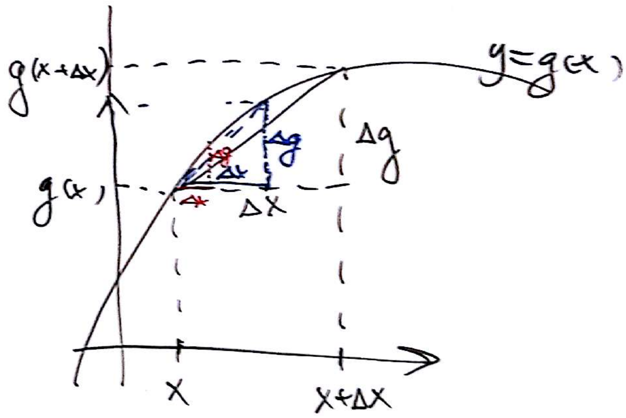
$$= \Delta f + \Delta g$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta x} = \frac{\Delta f + \Delta g}{\Delta x} = \frac{\Delta f}{\Delta x} + \frac{\Delta g}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta x} \to f'(x) + g'(x) \quad \text{for } \Delta x \to 0$$

$$S'(x) = \text{—''—}$$





BEVIS FOR PRODUKT-REGLEN

$$p(x) = f(x)\cdot g(x)$$

$\boxed{\text{PRODUKT}}$

$$\Delta f + f(x) = f(x+\Delta x)$$
$$\Delta g + g(x) = g(x+\Delta x)$$

$$\Delta p = p(x+\Delta x) - p(x)$$
$$= f(x+\Delta x)\cdot g(x+\Delta x) - f(x)\cdot g(x)$$
$$= (\Delta f + f(x))\cdot(\Delta g + g(x)) - f(x)\cdot g(x)$$
$$\Delta p = \Delta f\cdot\Delta g + \Delta f\cdot g(x) + f(x)\cdot\Delta g + \cancel{f(x)\cdot g(x)} - \cancel{f(x)\cdot g(x)}$$
$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\Delta f\cdot\Delta g + \Delta f\cdot g(x) + f(x)\cdot\Delta g}{\Delta x} = \frac{\Delta f}{\Delta x}\cdot\Delta g + \frac{\Delta f}{\Delta x}\cdot g(x) + f(x)\cdot\frac{\Delta g}{\Delta x}$$
$$\frac{\Delta p}{\Delta x} \rightarrow f'(x)\cdot 0 + f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x) = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x) \quad \text{FOR } \Delta x \to 0$$

$p'(x) =$ —"—