Matematik B Mandag 28/9 2015

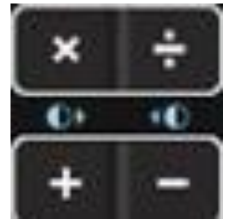
+ ONSDAG 30/9

- Fremmøderegistrering.
- Opsamling fra sidst.
- Nyt stof:
  - Eksponentialfunktioner. AB1 side 248-251.
  - Logaritmefunktioner. AB1 side 251-267.
  - BB>Filer>Supplerende noter> Logaritme- og eksponentialfunktioner
- Opgaver: BB>Filer>Opgaver> Logaritmefunktioner - opgaver

OBS! I DAG MANDAG REGN KUN OPGAVERNE MED log

ONSDAG KAN DE RESTERENDE OPG. REGNES, DVS DEM MED ln

sin	cos	tan	csc	sec	cot
sin⁻¹	cos⁻¹	tan⁻¹	csc⁻¹	sec⁻¹	cot⁻¹

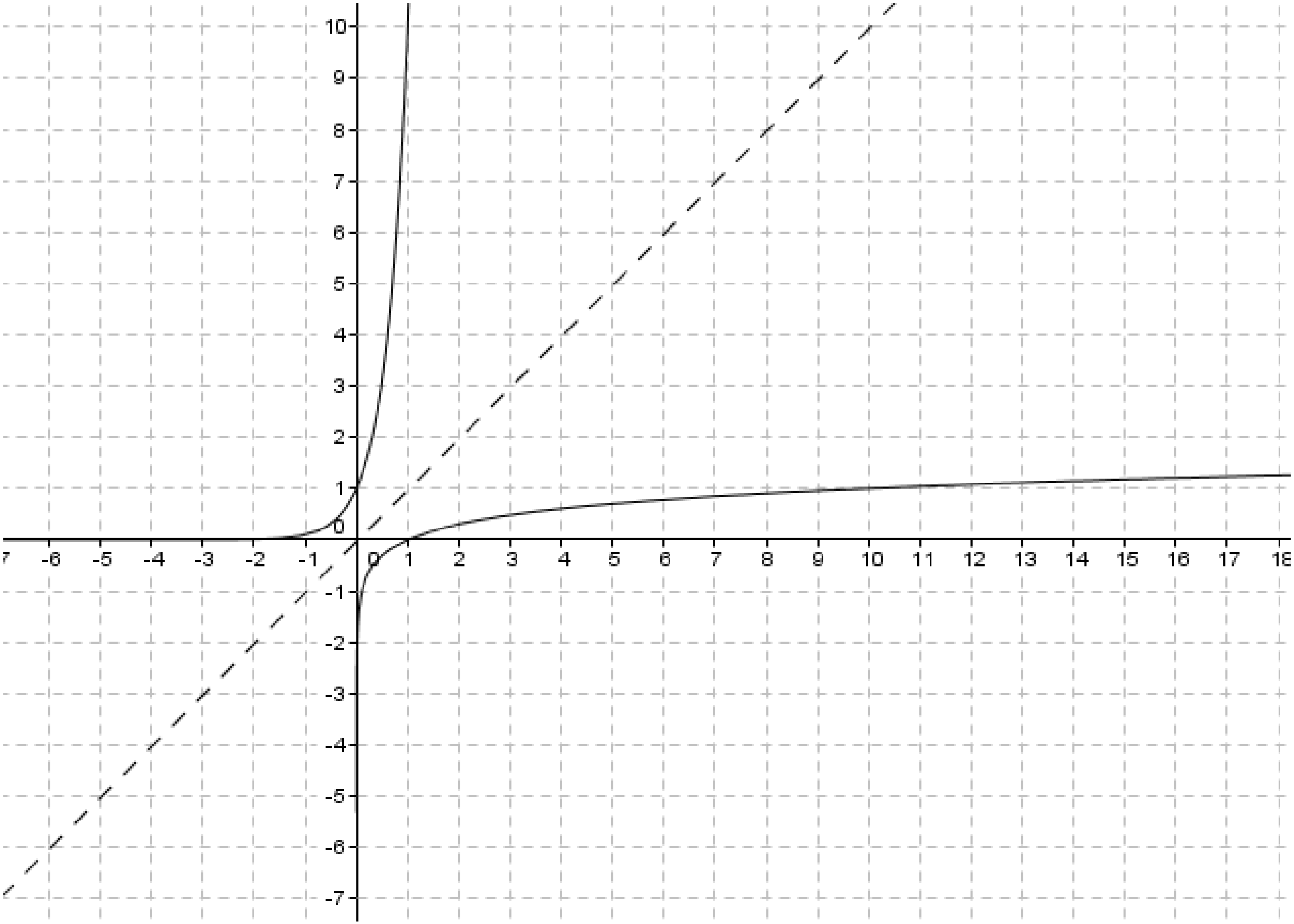


Nogle metoder til at bygge funktioner ud fra givne funktioner

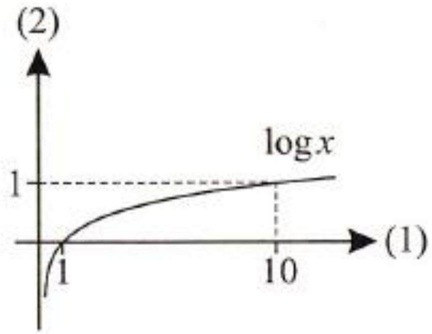
Sammensætning af funktion $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

Omvendt funktion $f^{-1}(x)$

Tuborgfunktioner $f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x < x_0 \\ f_2(x), & x \geq x_0 \end{cases}$



10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17



Grafen for logaritme-
funktionen med grundtal 10

(87) $\log x \to -\infty \quad \text{for} \quad x \to 0$

(88) $\log x \to \infty \quad \text{for} \quad x \to \infty$

(89) $y = \log x \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^y$

(90) $\log 10 = 1$

(91) $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$

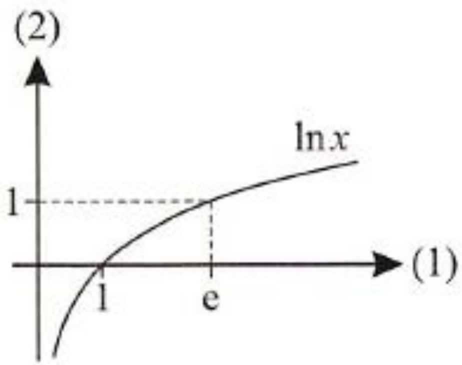
(92) $\log\left(\dfrac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$

(93) $\log(a^r) = r \cdot \log(a)$

(99) $T_2 = \dfrac{\log 2}{\log a} = \dfrac{\ln 2}{\ln a}$

(105) $T_{\frac{1}{2}} = \dfrac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log(a)} = \dfrac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(a)}$

(107) $a = \dfrac{\log\left(\dfrac{y_2}{y_1}\right)}{\log\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)} = \dfrac{\ln\left(\dfrac{y_2}{y_1}\right)}{\ln\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)}$



Grafen for den naturlige logaritmefunktion

(80) $\quad \ln x \to -\infty \quad \text{for} \quad x \to 0$

(81) $\quad \ln x \to \infty \quad \text{for} \quad x \to \infty$

(82) $\quad y = \ln x \quad \Leftrightarrow \quad x = \mathrm{e}^y$

(83) $\quad \ln \mathrm{e} = 1$

(84) $\quad \ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$

(85) $\quad \ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

(86) $\quad \ln(a^r) = r \cdot \ln(a)$

8) Eksponential- og logaritmefunktioner
Der ønskes en redegørelse for sammenhængen mellem eksponential- og logaritmefunktioner samt omtale af deres differentialkvotienter. Hovedvægten kan lægges på $\log(x)$, ln(x), 10^x og e^x.
Logaritmeregnereglerne ønskes bevist ud fra potensregnereglerne.
Fordoblings- og halveringskonstant defineres, og der udledes formler for dem.

Dispositionsforslag

- Titalslogaritmen og/eller den naturlige eksponentialfunktion tages for givet.
- Reglerne for potensregning omtales uden beviser.
- Titalslogaritmen og sammenhængen med 10-talspotenser nævnes. log(x) og 10^x omtales som hinandens omvendte funktioner.
- Den naturlige logaritmefunktion $\ln(x)$ indføres som den omvendte funktion til $e^x = \exp(x)$.
  Grafen tegnes i samme koordinatsystem som grafen for e^x. Grundtallet e omtales.
- Fremhæv $\ln(e^x) = x$ og $e^{\ln(x)} = x$ (pas på med Dm) og betydningen for løsning af ligninger med ln. Tilsvarende formler for log(x) og 10^x.
- Omtal eksponentiel vækst/aftagen (også formlen $a^x = e^{x \cdot \ln(a)}$) og udled formler for fordoblings-/halveringskonstanter.
- Vis logaritmeregnereglerne ud fra potensregnereglerne.
- Udled evt. (hvis der er tid) formlen for en potensfunktion gennem to givne punkter.
- Der er næppe tid til mere, men udledning af differentialkvotienten for eksponentialfunktionen er en mulighed (i skitseform - findes i bogen B2)

Henvisninger

- AB1 siderne 248-267.
- B2 side 73: Beviset nederst på siden, hvis du synes du kan overskue det og har plads til det.
- BB>Filer>Supplerende noter: "Logaritme og eksponentialfunktioner"
- Formelsamling

(90) $\log 10 = 1$

(91) $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$

(92) $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$

(93) $\log(a^r) = r \cdot \log(a)$

(90) $\log 10 = 1$

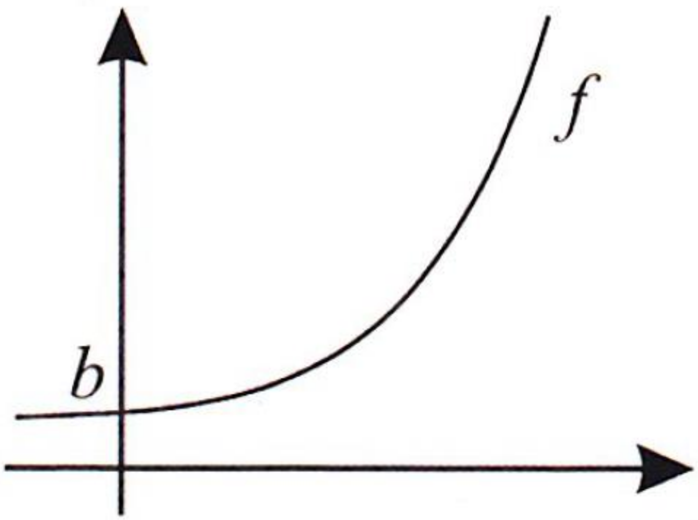
(91) $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$

(92) $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$

(93) $\log(a^r) = r \cdot \log(a)$

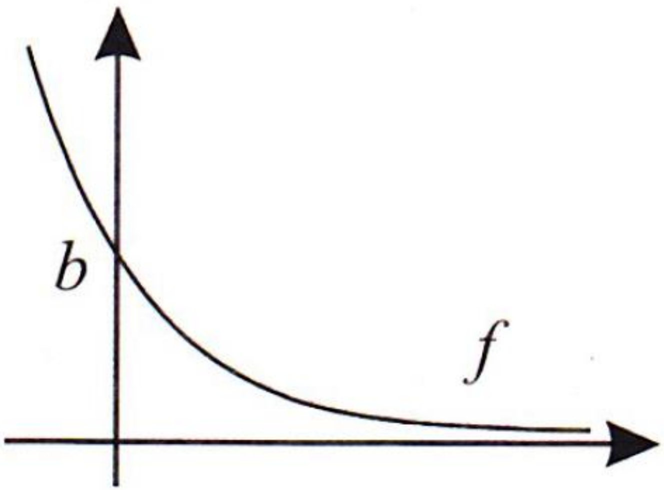
$a > 1$

(99) $$T_2 = \frac{\log 2}{\log a} = \frac{\ln 2}{\ln a}$$



$a < 1$

(105) $$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log(a)} = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(a)}$$



$$(99) \qquad T_2 = \frac{\log 2}{\log a} = \frac{\ln 2}{\ln a}$$

$$(105) \qquad T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log(a)} = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(a)}$$

$$f(x) = b \cdot a^x = b \cdot 2^{\left(\frac{x}{T_2}\right)}$$

$$f(x) = b \cdot a^x = b \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{x}{T_{\frac{1}{2}}}\right)}$$

$$(107) \qquad a = \frac{\log\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\log\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}$$

Se supplerende note:

Potensfunktioner - regression og et bevis

$$(107) \qquad a = \frac{\log\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\log\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}$$

Se supplerende note:

Potensfunktioner - regression og et bevis

Nogle eksempler på opgaver: