Matematik B Onsdag 4/11 2015

- Fremmøderegistrering.
- Knæbøjning
- Opsamling vdr. integralregning.
- Nyt stof: Integralregning. Bestemt integral og arealberegning. B2 side 114-122.
  - Den vigtigste sætning står på side 119.
  - Spring beviset på side 116-118 over
- Se: BB>Videoer>Diverse videoer>

Bestemt integral og symbolerne der bruges

En forklaring på, hvor det bestemte integral kommer fra.

- Opgaver: Øvelserne 2.10, 2.11

KNÆBØJNING

Opgave 4 (5 %)

En funktion f er givet ved: $f(x) = \ln(x-2) + x$

a) Bestem en ligning for tangenten til funktionens graf i punktet $(3, f(3))$.

NB. $\ln(1) = 0$

		Funktion	Stamfunktion
		$f(x)$	$\int f(x)\,dx$
Eksponentialfunktioner	(134)	e^x	e^x
	(135)	e^{kx}	$\frac{1}{k}e^{kx}$
	(136)	a^x	$\dfrac{a^x}{\ln a}$
Potensfunktioner	(137)	x^a	$\frac{1}{a+1}x^{a+1}$
	(138)	$\dfrac{1}{x}=x^{-1}$	$\ln\lvert x\rvert$
	(139)	$\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{2}{3}x\sqrt{x}=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$

Ubestemt integral

(142) $\int f(x)\,dx = F(x) + c\,,$

hvor $F(x)$ er en stamfunktion til $f(x)$

(143) $\int k \cdot f(x)\,dx = k \cdot \int f(x)\,dx$

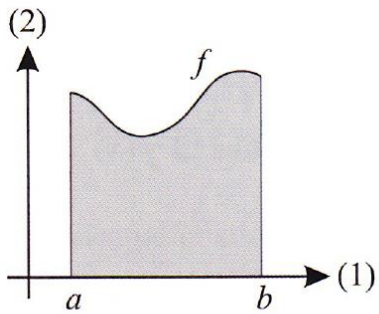
(144) $\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

(145) $\int (f(x) - g(x))\,dx = \int f(x)\,dx - \int g(x)\,dx$

Bestemt integral

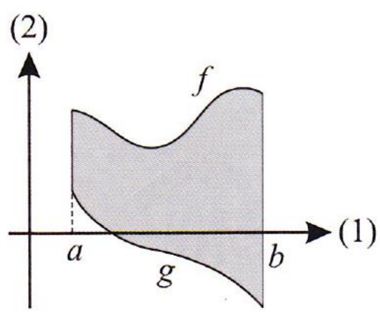
(147) $$\int_a^b f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b)-F(a),$$

hvor $F(x)$ er en stamfunktion til $f(x)$



Arealet A
af det markerede område

(153) $$A = \int_a^b f(x)\,dx$$



Arealet A
af det markerede område

(154) $$A = \int_a^b (f(x)-g(x))\,dx$$

$$\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + c$$

$$\int 5x^2 dx = 5 \cdot \frac{1}{3}x^3 + c = \frac{5}{3}x^3 + c$$

$$\int (x^2 + 2^x) dx = \int x^2 dx + \int 2^x dx = \underline{\underline{\frac{1}{3}x^3 + \frac{2^x}{\ln 2} + c}}$$

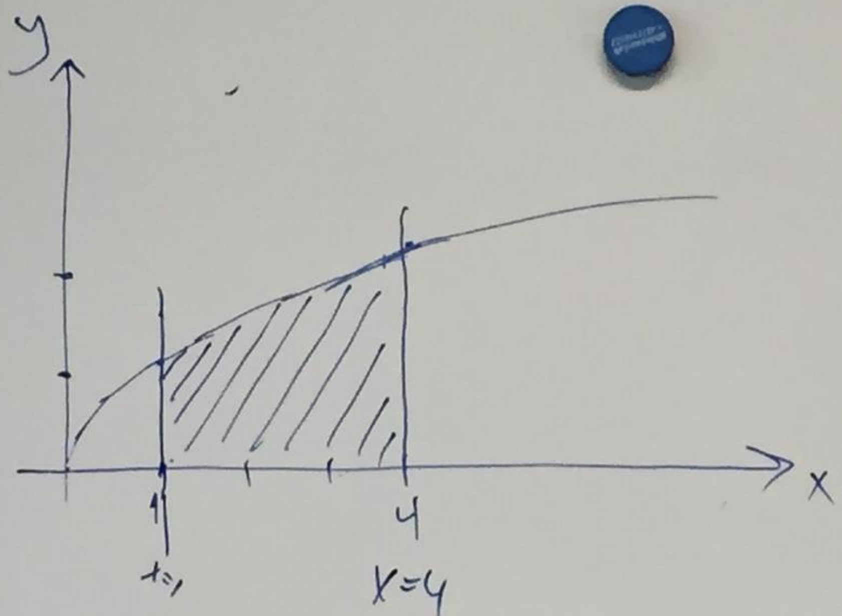
$$4^{\frac{3}{2}} = 4^{1,5} = 4^{1+0,5} = 4^1 \cdot 4^{0,5} = 4 \cdot \sqrt{4} = 4 \cdot 2 = 8$$

$f(x) = \sqrt{x}$

ET OMRÅDE ER AFGRÆNSET AF GRAFEN FOR f, X-AKSEN OG LINJERNE

$x = 1$ OG $x = 4$.

$\left(4^{\frac{3}{2}} = 4 \cdot \sqrt{4} = 4 \cdot 2 = 8\right.$



$$A = \int_1^4 \sqrt{x}\, dx = \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}\right]_1^4 = \frac{2}{3} \cdot 4^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} 1^{\frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 8 - \frac{2}{3} \cdot 1$$

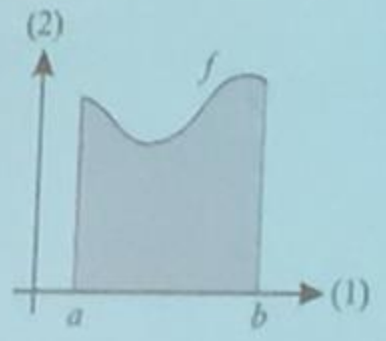
$$= \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} = \underline{\underline{4\frac{2}{3}}}$$

Bestemt integral

(147) $\int_a^b f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$,

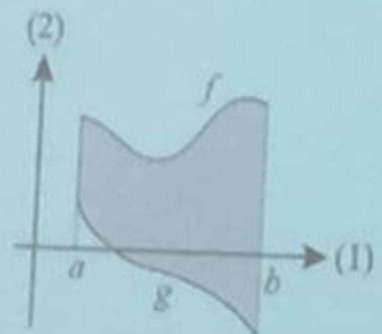
hvor $F(x)$ er en stamfunktion til $f(x)$

$$\int_1^4 \sqrt{x}\,dx = \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_1^4 = \frac{2}{3}\cdot 4^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}\cdot 1^{\frac{3}{2}}$$



Arealet A
af det markerede område

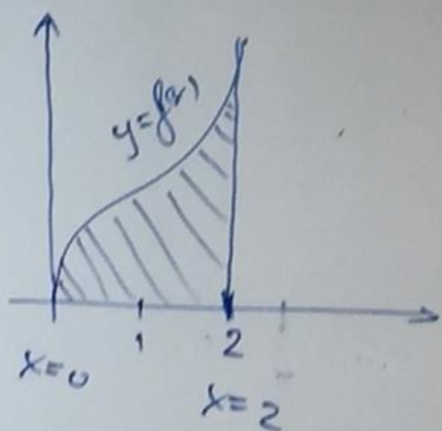
(153) $A = \int_a^b f(x)\,dx$



Arealet A
af det markerede område

(154) $A = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$

$f(x) = \sqrt[3]{x} + x^2$, $x = 0$, $x = 2$ OG x-AKSEN



$$A = \int_{0=a}^{2=b} \left(\sqrt[3]{x} + x^2\right)dx = \Big[\overbrace{\tfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \tfrac{1}{3}x^3}^{F(x)}\Big]_0^2$$

$$= \underbrace{\left(\tfrac{3}{4}\cdot 2^{\frac{4}{3}} + \tfrac{1}{3}2^3\right)}_{F(b)} - \underbrace{\left(\tfrac{3}{4}0^{\frac{4}{3}} + \tfrac{1}{3}\cdot 0^3\right)}_{F(a)}$$

$$= \tfrac{3}{4}\cdot 2^{\frac{4}{3}} + \tfrac{8}{3} \approx \underline{\underline{4{,}55}}$$

MELLOMREGNING

$$\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{1}{\frac{1}{3}+1}\cdot x^{\frac{1}{3}+1}$$

$$= \frac{1}{\frac{4}{3}}\cdot x^{\frac{4}{3}}$$

$$= \frac{3}{4}\cdot x^{\frac{4}{3}}$$