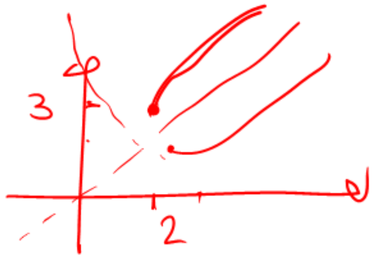
# Hjemmeopgavesæt 2 til aflevering 30. september 2013

## Løsningsforslag




### 1) (August 2012 uden hjælpemidler 5%)

En funktion er givet ved $f(x) = \sqrt{x-2} + 3$

a) Angiv forskrift og definitionsmængde for den omvendte funktion, $f^{-1}$.

---

For at finde forskriften løses nedenstående mht. y:

$$y = f^{-1}(x) \Leftrightarrow f(y) = x \Leftrightarrow \sqrt{y-2} + 3 = x \Leftrightarrow \sqrt{y-2} = x - 3$$

Da $\sqrt{y-2}$ altid er $\geq 0$ kan vi se at vi må kræve at $x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$ for at der kan være en løsning. Det fortæller os også at $Dm(f^{-1}) = [3; \infty[$.

Videre løsning af ligningen (hvor der nu må kvadreres fordi begge sider er $\geq 0$):

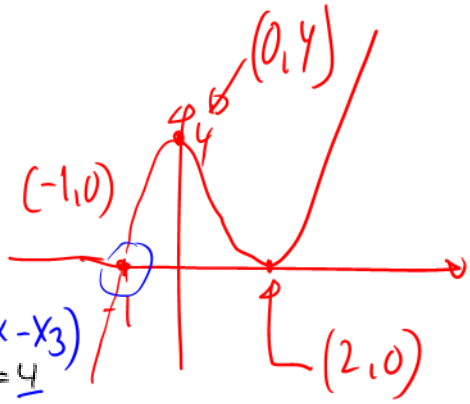
$$\sqrt{y-2} = x - 3 \Leftrightarrow \left(\sqrt{y-2}\right)^2 = (x-3)^2 \Leftrightarrow y - 2 = (x-3)^2 \Leftrightarrow y = (x-3)^2 + 2$$

***Konklusion:***

$$Dm(f^{-1}) = [3; \infty[$$

$$f^{-1}(x) = (x-3)^2 + 2$$

### 2) (August 2009 med hjælpemidler 7%)




$0 + 0 + c \Leftrightarrow c = 4$

g) $y = f(x) = x^3 + bx^2 + c = A(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

$f(0)$ aflæst til 4 dvs. $f(0) = 0 \Rightarrow c = 4$

$= 2^3 + b2^2 + 4$

$f(2)$ — " — til 0 dvs. $f(2) = 0$ : $2^3 + b \cdot 2^2 + 4 = 0$

$\Leftrightarrow$ $8 + 4b + 4 = 0 \Leftrightarrow b = -3$, $\underline{b, c = -3, 4}$

Rødder:

$x_1 = -1$

$x_2 = 2$

$x_3 = 2$

### 3) (August 2011 uden hjælpemidler 5%)

a) Beregn nulpunkterne for funktionen $f(x) = 2x^3 - 8x = x(2x^2 - 8)$

$$f(x) = 2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4) \Leftrightarrow x = 0 \; eller \; x = 2 \; eller \; x = -2$$

$f(x) = 2x^3 - 8x = (2x^2 - 8)x$ $\quad$ $x = 0 \cup x = \pm 2$

$2x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow$

4 4

Nul regel $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$

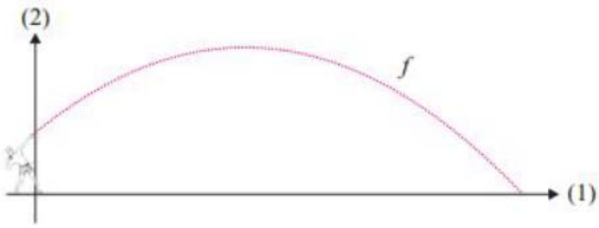
$x = 0 \vee x^2 - 4 = 0$

**4) (Januar 2009 med hjælpemidler 7%)**

g)

$\left.\begin{array}{l} f(-2) \text{ aflæst til } 1 \\ g(1) \text{ aflæst til } 0 \end{array}\right\}$ dvs $\underline{\underline{g(f(-2)) = 0}}$

## 5) (stx B med hjælpemidler)




På figuren ses banen for et kuglestød indtegnet i et koordinatsystem med enheden 1 m på akserne. Kuglens bane kan beskrives som en del af grafen for funktionen

$$f(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}8x + 2{,}3.$$

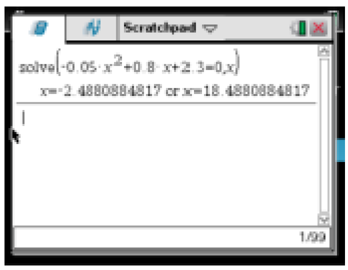
a) Bestem længden af kuglestødet.

b) Bestem kuglens maksimale højde over jorden.

a)
Der hvor kuglen rammer jordens svarer til grafens skæring med x-aksen. Den tilsvarende x-værdi finder jeg ved at løse ligningen

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}05x^2 + 0{,}8x + 2{,}3 = 0$$

Jeg løser andengradsligningen med solveren i min regnemaskine (TI-*nspire CX* CAS)




Den negative løsning kan jeg ikke bruge til noget for x har kun mening for positive værdier. Konklusionen bliver at kuglestødets længde er $x$ = 18,49 m.

Alternative løsningsmåder: Brug formlen for en andengradsligning. Eller tegn funktionens graf ind i Graph og løs grafisk. Eller Maple….. Hvad du nu er til….

*solve*( −0.05 *x*^2 + 0.8 *x* + 2.3 = 0, *x*)

−2.488088482, 18.48808848 **(1)**

b)
Den maksimale højde finder jeg ved at beregne toppunktets y-koordinat

$$D = b^2 - 4ac = 0{,}8^2 - 4 \cdot (-0{,}05) \cdot 2{,}3 = 1{,}1$$

$$y_T = \frac{-D}{4a} = \frac{-1{,}1}{4 \cdot (-0{,}05)} = 5{,}5$$

Den maksimale højde er $y = 5{,}5\ m$

Her er det selvfølgelig også OK at bruge diverse hjælpemidler, bare man dokumenterer fremgangsmåden med udskrifter, citater, forklaringer o.l.

Nedenfor har jeg f.eks. brugt GeoGebra med kommandoen Ekstremum[f] for at finde toppunktet: